



Research article / *Article de recherche*

Géométrie du canal-fuseau de Fermat d'une onde individuelle entre émetteur et absorbeur

Geometry of the Fermat's spindle-channel of an individual wave between its emitter and absorber

Jacques C. Lavau ^a

^a France

E-mail: jacques.lavau@free.fr (J. Lavau)

Abstract. On symétrise l'espace entre émetteur et absorbeur d'une onde individuelle (photon, électron, neutron, etc.), en posant que la courbure des fronts d'onde dans le vide est la différence des inverses des distances respectivement à l'émetteur et l'absorbeur. Or les cercles ainsi définis par la trace des fronts d'onde sur un plan sagittal sont exactement un faisceau de cercles de Poncelet, dont on sait depuis Apollonios de Perga qu'ils sont orthogonaux aux cercles sécants. La contrainte sur chaque trajet réellement parcouru est de ne pas prendre plus d'un quart de période de retard, ce qui définit le diamètre maxi de chaque canal-fuseau de Fermat: $\sqrt{3\lambda \cdot a} / 2$, où $2a$ est la distance entre émetteur et récepteur, et λ la longueur d'onde. Si l'apex physique émetteur ou absorbeur est de rayon r , il est vu depuis l'apex mathématique sous un angle de Fermat $\alpha = \sqrt{\frac{3\lambda}{4a}}$, donc à distance $\varepsilon = r \cdot \sqrt{\frac{4a}{3\lambda}}$. Quand le diamètre calculé du canal-fuseau de Fermat approche ou dépasse la longueur de cohérence du photon, soit à portée de 2 000 km dans le visible, l'individualité postulée est dépassée par le caractère collectif des bosons de fréquence et de vecteur d'onde proches. C'est le groupeage Hanbury Brown & Twiss, utilisé en astronomie interférentielle.

Résumé. We symmetrize the space between the emitter and the absorber of an individual wave in the vacuum (photon, electron, neutron, etc.) by the hypothesis that the curvature of the wave fronts is the difference between the inverses of the distances to the emitter and the absorber. Then, on a sagittal plane, the so-defined circles are precisely a Poncelet's bundle. Then we know since Apollonios that these circles are orthogonal to the secant circles. The Fermat-Fresnel constraint on each real route is that it does not delay more than a quarter of a period. It yields the maximum diameter of each Fermat's spindle-channel: $\sqrt{3\lambda \cdot a} / 2$, where $2a$ is the distance between the absorber and the emitter, and λ is the wavelength. Let r be the radius of the physical apex, emitter, or absorber, it is seen from the mathematical apex at a Fermat's angle $\alpha = \sqrt{\frac{3\lambda}{4a}}$, so at a distance $\varepsilon = r \cdot \sqrt{\frac{4a}{3\lambda}}$. When the calculated diameter of the Fermat's spindle-channel approaches or goes beyond the length of coherence of the photon, so about 2,000 km of range in the visible range, the individual character of the wave is no longer valid, but dominated by the collective interaction of the bosons sharing similar frequency and similar wave vector. So is the Hanbury Brown & Twiss grouping, which permits interferential Astronomy.

Keywords. rétrosymétrie, microphysique transactionnelle, canal-fuseau de Fermat.

Mots-clés. retrosymmetry, transactional microphysics, Fermat's spindle-channel.

This article is a draft (not yet accepted)

1. Syntaxe des ondes individuelles

Un problème non résolu de la microphysique subquantique transactionnelle était la géométrie exacte des canaux-fuseaux de Fermat, pour toute onde individuelle - telles que photon, électron, neutron, etc. - entre la réaction d'émission et la réaction d'absorption. On avait une approximation provisoire, mais non encore validée.

En microphysique subquantique transactionnelle, on pose le principe que tout photon a un absorbeur, d'où la définition du photon : une transaction réussie entre trois partenaires, un émetteur, un absorbeur et l'espace optique qui les sépare, qui transfère par des moyens électromagnétiques un quantum de bouclage de Planck ($6,6260755 \cdot 10^{-34}$ joule/hertz), et respectivement une impulsion-énergie qui dépend des repères respectifs de l'émetteur et de l'absorbeur. Historiquement, cette notion est née de la spectrographie, quand l'un au moins de l'émetteur ou de l'absorbeur, passant d'un état initial stationnaire à un état final stationnaire, est donc tenu par les règles de résonance dépendantes du quantum de Planck h , régies par l'équation d'onde de matière de Schrödinger [1] et ses successeurs l'équation de Pauli et surtout l'équation d'onde électronique de Dirac [2], 1928.

Seule la rétrosymétrie entre émetteur et absorbeur peut obtenir la directivité de chaque photon, prouvée par Albert Einstein [3] en 1916 : l'émetteur seul est très très petit devant la longueur d'onde, donc incapable de la moindre directivité, alors que le couple émetteur-absorbeur et la poignée de main réussie entre eux, à distance, obtiennent cette directivité.

2. Principe de Fermat, avec longueur d'onde

Au temps de Pierre de Fermat, les longueurs d'onde de la lumière étaient inconnues, et les interférences aussi. Si l'on reformule le principe de Fermat avec périodicité et longueur d'onde, cela donne « Tout ce qui est émis en phase arrive en phase à l'absorbeur, par des trajets très voisins ». Depuis qu'on pratique les interférences, par exemple en radiocristallographie, on précise « en phase, à un nombre entier de périodes près ». Mais restons ici sur le cas du trajet unique au sens de l'optique géométrique, quand la radiocristallographie était inconnue, et que les couleurs interférentielles étaient inexplicables. Le principe de Fermat implique une largeur finie et non nulle du canal occupé par le photon (ou tout autre quanton), aussi l'enveloppe maximale de ce trajet est celle qui donnerait un retard d'un quart de période, au delà duquel l'interférence devient destructrice, et la puissance transmise est nulle.

Est-ce à dire qu'au delà de ce très mince canal-fuseau de Fermat, plus rien n'a d'importance ? La tradition monopolistique professe tout autre chose..... C'est que depuis 1927 cette tradition monopolistique confond et amalgame le trajet accompli quand une transaction réussit - un trajet raide, contraint par les fronts de phase raides -, avec tout le bruit de fond des ondes brogliennes [4], qui ont tout palpé (transmittances inclusivement) en innombrables micro-temps orthochrones comme rétrochrones. Chaque transaction réussie émerge du bruit de fond Dirac de Broglie, et ces émergences réussies sont comparativement fort rares, en regard de toutes les ébauches et résonances partielles qui avortent (et que nous ne mettrons pas en évidence expérimentalement : le Théorème de la variété nécessaire d'Ashby [5] brime tous nos rêves panoptiques de connaissance illimitée).

Les innombrables articles et débats débattant de « *Welchen Weg?* » (*which way?*) confirment que le corpuscularisme subreptice demeure inhérent à la tradition monopolistique. Or il est non seulement invalidé par toutes les interférences connues depuis le 19e siècle, invalidé par l'existence de la lumière polarisée plane sur de grandes distances, invalidé par les lois de la biréfringence dans les cristaux anisotropes, invalidé par tous les modes de radiocristallographie (électronique et neutronique incluses), invalidé par le comportement des couleurs interférentielles

et des couches anti-reflets aux grands angles d'incidence, mais de plus invalidé par la transparence électronique résonnante dans les gaz, découverte indépendamment en 1921 par Carl Ramsauer [6] et par J. S. Townsend et V. A. Bailey [7], amplement confirmée depuis. La plus connue des invalidations définitives du corpuscularisme subreptice fut prouvée par Shahriar S. Afshar [8] à partir de 2004. Jamais aucune onde individuelle ne se transmute en quoi que ce soit de corpusculaire.

3. Rétrosymétrie émetteur | absorbeur

Dans tout l'enseignement de l'électromagnétisme, les ondes sont représentées avec un émetteur de petite taille, voire ponctuel, et se diluant dans tout l'espace vers une infinité d'absorbeurs à l'infini. Tandis qu'en microphysique transactionnelle, on considère que toute description qui omettrait l'absorbeur est *ipso facto* invalide. Nous devons donc opérer une transformation de l'espace qui réintègre l'absorbeur au même rang causal que l'émetteur. Dans la représentation standard, le rayon de courbure des fronts d'onde est égal à la distance à l'émetteur. Ou autrement dit la courbure est l'inverse de la distance à l'émetteur.

En rétrosymétrie, l'hypothèse physique minimaliste est que dans le vide la courbure du front d'onde est la différence des deux inverses de distances à l'émetteur et à l'absorbeur. Courbure nulle à mi-distance, et courbure infinie aux apex émetteur et absorbeur.

Transformer la courbure en rayon : $\mathbf{R}_{y=0} = (\mathbf{r}_a \cdot \mathbf{r}_e) / (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_e) = \frac{r_a \cdot r_e}{r_a - r_e}$

Tant qu'on prend la première moitié du faisceau, côté émetteur, et très proche de l'axe optique, ce rayon est positif : du centre vers le front d'onde du faisceau sortant.

Tous les arcs réels d'élargissement du photon sont de petits arcs de ce cercle. La corde est le rayon en large du canal-fuseau. Soit $2a$ la distance entre les deux apex.

On prend l'origine des abscisses au milieu de l'axe optique du canal-fuseau. L'abscisse sur l'axe est notée e .

Le canal-fuseau réel, physique, s'étend alors de $-a + \varepsilon$ à $+a - \varepsilon$.

Où ε est le décalage de l'apex physique (atome par exemple, molécule de colorant, etc.) à l'apex mathématique, légèrement plus lointain.

Rayon du front d'onde : $\mathbf{R}(e) = (a+e) \cdot (a-e) / -2e = (a^2 - e^2) / -2e = (e^2 - a^2) / 2e = \frac{1}{2} (e - a^2/e)$

Son graphe est une branche d'hyperbole, à asymptote oblique.

Rayon nul aux apex $-a$ et $+a$, infini quand $e=0$, au milieu de l'axe optique; positif côté émetteur ($e < 0$, avec $(e^2 - a^2)$ toujours négatif), négatif côté absorbeur. Ce rayon va du centre du cercle au point où il coupe l'axe optique.

Abscisse du centre du cercle :

$$\mathbf{x}_c = e - \mathbf{R}(e) = e - (e^2 - a^2) / 2e = (2e^2 + a^2 - e^2) / 2e = (a^2 + e^2) / 2e = \frac{1}{2} (a^2/e + e)$$

Limite quand $e = -a$: $\mathbf{x}_c = -a$.

$$\text{Equation du cercle : } \mathbf{R}^2 = \mathbf{y}^2 + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_c)^2 = \mathbf{y}^2 + (\mathbf{x} - e + \frac{a^2 + e^2}{2e})^2 = \mathbf{y}^2 + \mathbf{R}^2 + 2(\mathbf{x} - e + \mathbf{R}) \cdot \mathbf{R} + (\mathbf{x} - e)^2$$

$$0 = \mathbf{y}^2 + 2(\mathbf{x} - e + \mathbf{R}) \cdot \mathbf{R} + (\mathbf{x} - e)^2 = \mathbf{y}^2 + 4(\mathbf{x} - e)\mathbf{R} + 2\mathbf{R}^2 + (\mathbf{x} - e)^2$$

$$\mathbf{y}^2 = 2(\mathbf{x} - e + (\mathbf{a}^2 - \mathbf{e}^2) / 2\mathbf{e}) \cdot (\mathbf{a}^2 - \mathbf{e}^2) / 2\mathbf{e} - (\mathbf{x} - \mathbf{e})^2$$

Abscisse de l'autre intersection du cercle avec l'axe optique prolongé : \mathbf{a}^2/e

On compare ces deux divisions du segment émetteur-absorbeur :

$$- (a + e) / (a - e) \text{ et } ((a^2/e) + a) / ((a^2/e) + a) = (a + e) / (a - e)$$

Là était la divine surprise qui nous dispense de tous les calculs de gradient et de son intégration : il suffit de constater avec la seconde intersection du cercle sur l'axe optique, que tous ces cercles réalisent une division harmonique du segment joignant les deux apex, autrement dit les cercles représentant les fronts d'onde sur un plan sagittal sont un faisceau de cercles de Poncelet, orthogonaux aux cercles sécants. Nous sommes retombés sur les faisceaux de cercles orthogonaux

d'Apollonios de Perga (IIIe - IIe siècle av. J.-C.).

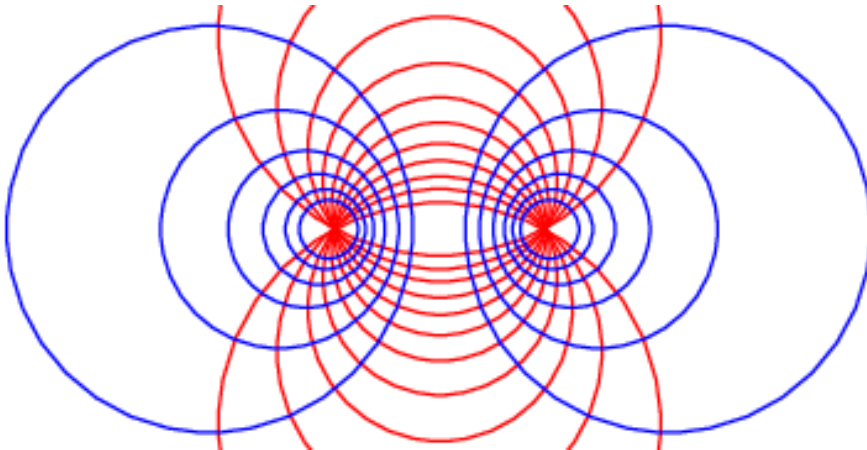


Figure 1. *Faisceaux de cercles orthogonaux d'Apollonios*

Les trajets réels dans le vide sont donc bien des arcs de cercles : courbure constante depuis l'apex émetteur physique jusqu'à l'apex absorbeur physique. Sauf que cette courbure constante est vraiment très petite. Vérifions les ordres de grandeurs, et les approximations valides.

4. Ordres de grandeurs relatifs des longueurs d'ondes et des diamètres des apex ?

Cas du rayonnement Mössbauer du fer 57 : $\lambda = 86,1 \text{ pm} = 86 \text{ 100 fm}$. Or le diamètre connu de ce noyau est de l'ordre de 10 fm. D'où un ratio de 1 à 9 000 environ du diamètre d'apex émetteur ou absorbeur à la longueur d'onde du photon transmis. Or vu la définition ultra-fine en fréquence de ce photon, cela implique quelques dix milliards à cent milliards d'oscillations de noyau entre l'état final et l'état initial pour émettre tout un photon, ou le recevoir tout entier. Cela implique aussi plusieurs mètres, voire une dizaine de mètres de longueur de cohérence du photon.

On peut recommencer le calcul pour la raie d'absorption sélective du monoxyde de carbone à 65,05 Terahertz : $4,608 \text{ }\mu\text{m} / 0,47 \text{ nm} \approx 10 \text{ 000}$, à la précision près de ce diamètre de la molécule CO. On retombe bien sur le même ordre de grandeur du ratio [longueur d'onde / diamètre d'apex].

La question suivante est de comparer cette longueur d'onde au trajet optique total. Cas sévère du détecteur de monoxyde de carbone, avec environ 23 cm de trajet optique total = 50 000 longueurs d'onde. Or dans un canal-fuseau de Fermat entre émetteur et absorbeur, on prétend ne pas dépasser un quart de longueur d'onde d'excédent de trajet, soit un sur deux cent mille. En lumière visible, on serait dans les 500 000 longueurs d'onde pour le même trajet optique.

5. Développement limité

On se contentera du second ordre du développement limité, ce qui revient à approximer l'arc de cercle par un arc de parabole, majorant légèrement le diamètre au milieu du fuseau.



Figure 2. *Canal-fuseau de Fermat, cas simple*

Où $2z$ est le diamètre au milieu du fuseau, $2a$ est la distance entre émetteur et récepteur considérés comme ponctuels.

La condition des canaux-fuseaux de Fermat s'écrit : $2a - 2R \sin(\alpha) < \frac{\lambda}{4}$

Soit au premier ordre : $a^3 < \frac{\lambda}{4R}$, or $a = R \cdot \sin(\alpha)$, ce qui au premier terme pour les très petits angles se résume à $R \cdot a$.

On peut alors éliminer le rayon R de l'arc de cercle, et au premier terme non nul du développement limité il reste : $z^2 = 3/16 a \cdot \lambda$ où λ est la longueur d'onde.

On en prend la racine carrée : $z = \sqrt{3\lambda \cdot a} / 4$.

L'exprimer par rapport à la longueur d'onde : $\frac{z}{\lambda} = \sqrt{\frac{3a}{16\lambda}}$

Evaluer l'erreur due au développement limité. Un calcul analytique plus fin avait été publié en

2000 et 2003 :

$$\left(\frac{z}{a}\right)^2 = \frac{3q}{16} \left(1 + \frac{3q}{80} + \frac{1233q^2}{448000} + \dots\right).$$

Où q est le quotient de la longueur d'onde par a .

Or en optique de laboratoire en infrarouge, ce quotient q est de l'ordre de $1 / 50\,000$. d'où une erreur au premier ordre de $0,75$ ppm sur le carré de z/a , et plus que $0,38$ ppm d'erreur en z/a . Vraiment négligeable.

On a aussi besoin du demi-angle au sommet du cône tangent, près des réactions d'émission ou d'absorption, ou angle de Fermat : $\alpha = \sqrt{\frac{3\lambda}{4a}}$

6. Le paradoxe sur des distances astronomiques

Et sur la distance de la Terre à la Lune ? Distance $2a = 384\,000$ km. On prend du visible : $\lambda = 0,5$ μm .

$$3 \cdot a \cdot \lambda = 576 \text{ m}^2$$

$$\sqrt{3\lambda \cdot a} = 24 \text{ m}.$$

A diviser par 2 pour avoir le diamètre maximal du canal-fuseau de Fermat : 12 m. Soit de l'ordre de dix ou douze fois la longueur de cohérence. Cette distance est environ 150 fois trop grande pour qu'on puisse encore parler d'onde **individuelle** pour chaque photon - ici dans le domaine visible.

Fixons donc la limite supérieure de validité (de la géométrie de canal-fuseau de Fermat d'onde photonique individuelle dans le domaine du visible) vers 2 000 km, ce qui correspond aux orbites terrestres basses. A titre de comparaison, le rayon de l'orbite géostationnaire est 42 164 km, soit 35 786 km au dessus du sol de l'équateur.

7. Astronomie interférentielle à large base, et groupage bosonique Hanbury Brown et Twiss

Quand on calcule ces diamètres de canaux-fuseaux de Fermat sur des distances astronomiques, on trouve des diamètres qui eux aussi deviennent presque astronomiques. Du coup devient limpide la raison pour laquelle l'astronomie interférentielle à large base est possible : ces photons qui arrivent pourtant dans des détecteurs éloignés de dizaines de kilomètres sur Terre, ont eu tout le temps de se synchroniser durant leurs trajets de conserve, où ils partageaient largement leurs largeurs de propagation, pouvant dépasser le diamètre d'une étoile, voire d'une unité astronomique. L'espace parcouru prend une importance démesurée, comparé aux apex émetteur et absorbeur.

Le Soleil est en moyenne à environ 149,6 millions de km. On fera grâce du rayon terrestre, on retranche quand même les trois quarts du rayon solaire, il reste $1,492 \cdot 10^{11}$ m. L'angle au cône

de Fermat vaut environ $0,8 \mu\text{rad}$. La largeur maxi du canal-fuseau de Fermat, sous réserve que l'émetteur soit de petite taille, atteint quand même 192 m. D'une part le caractère bosonique des photons solaires est amplement justifié. D'autre part c'est ce caractère bosonique [9] qui sur des distances astronomiques est assez puissant pour invalider les largeurs individuelles calculées pour les canaux-fuseaux de Fermat des photons en interaction, non pas que ces largeurs deviennent fausses, mais c'est l'hypothèse implicite de l'individualité qui est invalidée : entre bosons, l'espace est partagé, collectivisé.

8. Recul des apex mathématiques au delà des apex physiques

On n'a pas de théorie correcte du champ proche, autour de l'atome émetteur ou de l'atome absorbeur, pour rester dans les cas historiques de la spectrographie. On est seulement certains qu'interviennent la totalité du volume de l'état final, et de l'état initial, et surtout leur périphérie, là où ils diffèrent le plus.

Solution : reculer l'apex mathématique théorique au delà de l'apex physique (atome ou molécule), de façon que le cône tangent ait justement le diamètre (flou) de l'apex physique. Cela fait un recul ε (flou) de combien ?

Reprenons le cas du trajet Terre-Lune, et calculons l'angle de Fermat du cône tangent dans le vide, avec $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ et $a = 192\,000 \text{ km}$.

Angle de Fermat : $\alpha = \sqrt{\frac{3\lambda}{4a}}$, ici $\alpha = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-6}}{768 \cdot 10^6}} = 44 \cdot 10^{-9}$ radians.

Pour voir un rayon atomique r valant 200 pm sous cet angle, il faut reculer de $\varepsilon = r/\alpha = 4,5 \text{ mm}$. C'est imperceptible sur une telle distance, bien plus petit que les incertitudes sur les mesures de distance $2a$, bien plus petit que les non-définitions d'altitude par irrégularité du sol lunaire.

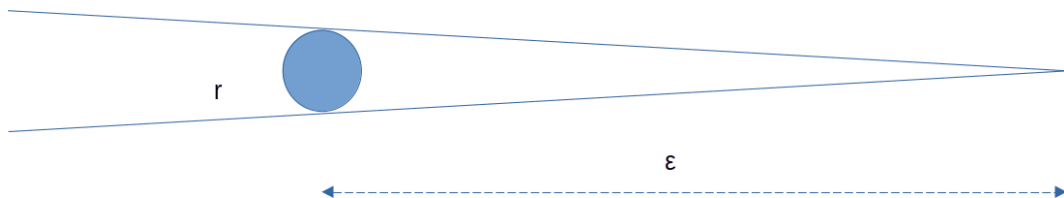


Figure 3. Distance entre l'apex physique et l'apex mathématique

Formule générale du décalage d'apex mathématique à apex physique :

$$\text{décalage } \varepsilon = r \cdot \sqrt{\frac{4a}{3\lambda}}$$

Ce décalage varie donc comme la racine carrée de la distance d'émetteur à absorbeur, à longueur d'onde égale. Dans tous les cas, il est minime, peu perceptible dans aucune des applications numériques. On vérifie la cohérence avec les hypothèses de départ : le rayon du front d'onde à l'apex physique, ici un atome de 4 \AA de diamètre, oscillant entre un état final et un état initial, est pratiquement ε , soit 4,5 mm, ou 22 millions de fois plus grand que le rayon de cet apex physique. Et environ 900 fois la longueur d'onde. Nous restons provisoirement dispensés d'une théorie du champ proche.

9. Conclusion et perspectives expérimentales

La géométrie de chaque canal-fuseau de Fermat est un fuseau de révolution généré par un arc de cercle sécant autour de l'axe optique déjà défini au 18e siècle, dans le cadre de l'optique géométrique. Evidemment plusieurs canaux-fuseaux de Fermat pour un seul quanton dans les cas d'interférences. La contradiction entre ces centres mathématiques ou points-limites de Poncelet

pour les fronts d'onde, et les diamètres des réactions d'émission ou d'absorption se résout par un léger recul des apex mathématiques au delà des apex physiques.

L'apparente contradiction sur les diamètres calculés sur des distances astronomiques, visiblement irréalistes, démontre que le caractère individuel des photons, pourtant indiscutable aux réactions d'émission et d'absorption, s'efface devant un collectif bosonique, formé avec les photons de fréquence proche et de vecteur d'onde proche. L'épreuve de vérité expérimentale sera de prédire dans quel domaine et avec quelles intensités lumineuses le groupage Hanbury Brown & Twiss [9] sera manifeste, puis de confronter aux données expérimentales.

Références

- [1] E. Schrödinger, "An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules", *Phys. Rev* **28**, **1049** (1926).
- [2] P. A. M. Dirac, "The Quantum Theory of the Electron", *Proceedings of the Royal Society of London Series A* (1928), <https://royalsocietypublishing.org/doi/epdf/10.1098/rspa.1928.0023> ou <https://www.jstor.org/stable/94981>.
- [3] A. Einstein, "Quantentheorie der Strahlung (On the Quantum Theory of Radiation)", *Mitteilungen der Physikalischen Gesellschaft, Zürich* **16** (1916), p. 47–62.
- [4] L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des Quanta*, PhD Thesis, Université de Paris, 1924, <https://theses.hal.science/tel-00006807/file/tel-00006807.pdf>.
- [5] W. R. Ashby, "Requisite variety and its implications for the control of complex systems", in *An Introduction to Cybernetics* (C. . Hall, ed.), 1956, ISBN 0-416-68300-2, <http://pespmc1.vub.ac.be/books/AshbyReqVar.pdf>.
- [6] C. Ramsauer, "Über den Wirkungsquerschnitt der Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen", *Annalen der Physik* **vol. 369**, **no 6** (1921), p. 513-540, DOI 10.1002/andp.19213690603.
- [7] J. S. T. et V. A. Bailey, "The motion of electrons in gases", *Philosophical Magazine* **vol. S.6**, **no 42** (1921), p. 873–891.
- [8] S. S. Afshar, "Violation of Bohr's complementarity : One slit or both?", *AIP Conference Proceedings* **810** (2006), p. 294–299, arXiv:quant-ph/0701039. Bibcode :2006AIPC..810..294A. doi :10.1063/1.2158731. S2CID 117905639.
- [9] R. Hanbury Brown, R.; Twiss, "A new type of interferometer for use in radio astronomy", *Philosophical Magazine* **45** (366) (1954), p. 663–682, doi :10.1080/14786440708520475. ISSN 1941-5982.